Integral expressions of local factors of automorphic L-functions (保型L-関数の局所因子の積分表示)

著者	渡部 隆夫
号	961
発行年	1991
URL	http://hdl.handle.net/10097/25197

氏名・(本籍)	渡部隆夫（わたなべ たかお）
学位の種類	理学博士
学位記番号	理第 961 号
学位授与年月日	平成 3 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
最終学歴	昭和61年 3 月 東北大学大学院理学研究科 （前期 2 年の課程）数学専攻修了
学位論文題目	Integral expressions of local factors of automorphic L -functions （保型Ｌ－関数の局所因子の積分表示）
論文審査委員	（主査） 教授 佐武一郎　教授 堀田良之 教授 森田康夫

論文目次

論 文 内 容 要 旨

保型 L-関数は，代数体上定義された連結簡約可能代数群のアデール群上の保型表現とその代数群の L-群の有限次元表現とによって，局所因子の Euler 積として定義される。Langlands は，この Euler 積が適当な複素半平面上で収束することを証明し，更に全複素平面上有理型関数として解析接続されるであろうと予想した。この予想を確かめるための有力な方法に，問題の L-関数（従って局所因子）を適当な関数の積分変換（所謂“ゼータ積分”）によって表示する，というものがある。現在では，積分表示の仕方にも何通りかの技法が考えられているが，その中の一つに，Whittaker 関数の Mellin 変換を用いる方法がある。これは，Jacquet と Langlands によって考え出され，GL(2) の場合に予想を証明するのに適用された。この論文の主な目標は，Jacquet と Langlands の方法が，一般の連結簡約可能代数群に対してどの程度有効であるかを，局所的な観点から明らかにすることである。

一般に，局所因子は局所的に与えられた 3 つ組のデータ G, π, r から定義される。ここで，G は局所体 F 上定義された連結簡約可能不分岐代数群，π は G(F) の球表現，r は G の L-群の既約有限次元表現である。これらのデータに対応する局所因子を L(s, π, r) とかく。このとき我々の上に述べた目標は L(s, π, r) が局所 Whittaker 関数の Mellin 変換によって定義されたゼータ積分で表示されるために，G, π, r の満たすべき条件を明らかにするということである。

論文の前半では，ゼータ積分の定義を与えるために必要な π と r の同値類の分類について調べる。まず，L-群の既約有限次元表現の同値類の集合は，L-群の単位連結成分の群に対応する支配的整形式の集合上の Galois 群の作用から生じる軌道空間上のあるファイバー空間として記述できることが分る。この記述により，与えられた r に対して，G の極大分解トーラスの 1 径数部分群 ξ を自然に対応させることができる。一方，球表現が不分岐主系列表現の規約部分商表現として得られることはよく知られている。そこで，相対 Weyl 群の作用に関して正則な不分岐指標 χ から得られる不分岐主系列表現の場合には，その既約分解を与え，その既約成分の中から球表現 Sp(χ) と Whittaker モデルをもつ表現 $\pi(\chi)$ を取り出してくる。我々の π はこのような Sp(χ) として与えられると仮定する。（正則でない不分岐指標の場合はここでは取扱わない。この場合，既約分解もまだ一般には得られていない。）このとき，$\pi(\chi)$ の Whittaker モデルに含まれる関数 f に対し，ゼータ積分 Z(s, r, f) は f と ξ の合成でえられる F の乗法群上の関数の Mellin 変換として定義される。

論文の後半において，このゼータ積分の収束性と局所因子との関係が論じられる。まず，収束性については，もし r が L-群の単位連結成分の有理指標から得られるものならば，ゼータ積分は発散し，そうでなければ，十分大きな実部をもつ s に対して収束することが分かる。（特に，G が半単純であるならば，収束する場合のみが起こる。）更に，収束する場合には，ゼータ関数は有理関数として解析接続され，f を動かしたときに，ある共通の因子 P(s, χ, r) が“分母”に現れることが証明できる。次に，この P(s, χ, r) と L(s, π, r) との関係を記述する。前半

で調べた既約表現の同値類の分類により，r に対して，ある自然数 e(r) とある複数 c(r) が定義される。(G が分裂型ならば常に e(r)＝1, c(r)＝0 になる。) このとき，

$$1 / (P(e(r)(s-c(r)), \chi, r) L(s, \pi, r))$$

は必ず正則関数になることが示され，更に，それが恒等的に 1 になるための必要十分条件が r と χ についての二つの条件で与えられる。特に G が F 上分裂型でかつ単純であるならば，条件を満たす r は有限個しかなく，完全に分類される。(しかし，このような r を一つ固定したとき，条件を満たす χ は無数個ある。) この事実は，Jacquet と Langlands の方法に対する制限を与える。

論文審査の結果の要旨

保型形式に対応するL-関数は最初Heckeによって研究されたが，後にJacquet-LanglandsによってGL(2)の保型表現に対応するL-関数の理論として定式化された。Langlandsは更にこのようなL-関数の一般のreductiveな代数群の場合への拡張が可能であり，それに対して解析的延長，関数等式等基本的な性質が成立することを予想した。この“Langlands予想”はいくつかの低次元の群に対して証明されたが，RodierはJacquet-langlandsの方法（Whittaker modelを使って，L-関数の積分表示を作る方法)を，split型のp-進古典群の場合に適用して決定的な結果を得ている。

本論文，第2章ではJacquet-Langlandsの方法をより一般な“非分岐”reductive代数群G(すなわち，基礎のp-進体上quasi split，その非分岐拡大上splitである群）の場合に適用し，より一般的かつ精密な結果を得ている。すなわちまず非分岐主系列表現の既約分解，GのL-群の有限次既約表現の同値類の空間のパラメーター等を精しく分析し，それに基づいてJacquet-Langlandsの方法の有効性を各段階で精しく検べ，Rodierの結果を含むより完全な結果に到達している。

第3章では通常のWhittaker関数だけでなく不十分な例として，ユニタリー群U(2, 2)の場合3種類のWhittaker関数が必要なことが示されている。更に部分群U(1, 1)，U(2, 1)の尖点表現から“Weil lifting”で得られる尖点形式のフーリエ展開に現れるWhittaker関数の性質をしらべ，ある条件の下にそれが超尖点的になることを示している。

更に参考論文においてはSp(4)の場合にEisenstein級数の留数として生じる2乗可積分保型表現を快定している。

以上，本論文にまとめられた諸結果は保型形式論および代数群の表現論において重要な新しい知見を加えるものであり，論文提出者がすぐれた研究能力をもつことを示している。よって渡辺隆夫提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。